

Modelado Dinámico y Control Predictivo de un Tractor Articulado con Implemento

Lucas Genzelis*, Guido Sánchez*, Nahuel Deniz *, Marina Murillo*, Leonardo Giovanini*

* Instituto de Investigación en Señales, Sistemas e Inteligencia Computacional, sinc(i),
UNL, CONICET, Ciudad Universitaria UNL, 4to piso FICH, (S3000) Santa Fe, Argentina
{lgenzelis,gsanchez,ndeniz,mmurillo,lgiovanini}@sinc.unl.edu.ar

Resumen—El presente trabajo se enfoca en el estudio de un vehículo agrícola articulado que lleva un implemento agrícola (tal como un arado o una sembradora). Se presenta aquí la derivación de un modelo matemático de su cinemática y se emplea luego la metodología de control predictivo para lograr que el implemento siga una trayectoria predefinida. La operación del sistema y el controlador implementado son ilustrados mediante simulaciones computacionales, dando lugar a resultados satisfactorios.

Palabras clave—modelado cinemático, vehículo articulado, tractor con implemento, control predictivo.

I. INTRODUCCIÓN

Los recientes avances en los campos de la robótica y la agricultura de precisión se han visto acompañados por un interés creciente en el desarrollo de vehículos agrícolas autónomos. Es decir, se desea obtener maquinaria agrícola que pueda realizar tareas tales como fumigación, siembra o cosecha, sin la necesidad de contar con la presencia de un operario humano a bordo.

En el área del control automático, uno de los métodos cuyo empleo se vuelve cada vez más relevante, ya sea en el campo de la actividad industrial como en la académica, es el del control predictivo basado en modelos [1], [2]. El núcleo de esta técnica es la utilización de un modelo matemático del sistema que se desea controlar para conocer, con el mayor grado posible de aproximación, el comportamiento futuro del mismo, para luego calcular la secuencia de acciones de control que minimicen una cierta función de costo a lo largo de un horizonte impuesto, procediendo entonces a aplicar la primer acción de control computada y reiterando el proceso en el instante de muestreo siguiente. Por lo tanto, si se desea aplicar este método para controlar un vehículo agrícola, es necesario en primera instancia obtener el modelo matemático del mismo. Es aquí donde se presenta el principal aporte de este trabajo.

Existen diferentes mecanismos que pueden emplearse para modificar la dirección de movimiento de un vehículo terrestre. Aquí se han considerado dos de ellos. El primero, que suele ser el más utilizado, consiste en el control de la dirección delantera del vehículo, como puede verse en la Fig. 1(a). Otra alternativa consiste en añadir al vehículo una articulación central, integrando en el mismo un sistema mecánico que permita actuar directamente sobre esta articulación. En la Fig. 1(b) puede apreciarse un ejemplo de un vehículo dotado de este mecanismo. Finalmente, una alternativa adicional consistiría en incluir en el vehículo ambos tipos de mecanismos. A

pesar de que esto no es común en la industria de maquinaria agropecuaria, han podido hallarse casos de aplicación, como el vehículo desarrollado por Valtra¹, que se observa en la Fig. 1(c). Con el objeto de obtener un modelo matemático que se adapte a la mayor cantidad posible de vehículos, se ha decidido aquí considerar esta tercer alternativa. Luego, limitando la aplicación de cualquiera de los mecanismos, el modelo a hallar representaría correctamente cualquiera de los sistemas más restringidos.

Existen ya numerosas publicaciones enfocadas en la aplicación de diferentes técnicas de control al problema de la operación autónoma de tractores [3]-[5]. Sin embargo, estos modelos no resultan adecuados para describir la situación en la que a estos vehículos se acoplan implementos agrícolas. En la práctica suele procederse controlando sólo la trayectoria seguida por el tractor, suponiendo entonces que el implemento recorrerá aproximadamente la misma trayectoria. Esta metodología, no obstante, conduce en ocasiones a resultados poco satisfactorios.

En el análisis de la literatura especializada no ha podido hallarse un modelo semejante al que se busca desarrollar aquí. Se han realizado muchos trabajos que incorporan modelos de vehículos con implementos, como el presentado por LaValle [6]. Sin embargo, estos modelos suelen obtenerse bajo la simplificación de considerar que el implemento se halla conectado directamente al eje trasero del vehículo, lo cual en general no resulta ser así (atendiendo a la Fig. 2, esto se correspondería con tomar la longitud d_1 del esquema como 0). Además, estos trabajos no incorporan al vehículo el mecanismo de articulación central. Por otra parte, se han realizado publicaciones que presentan modelos de vehículos articulados, pero sin incorporar el acople de un implemento [7], [8]. Finalmente, debe destacarse que en general los modelos presentados en las publicaciones son de tipo cinemático, es decir, que suponen como acción de control a la velocidad de alguna parte del tractor (como el eje trasero o el delantero) y no consideran variaciones de segundo orden de las posiciones y los ángulos involucrados. Esto, si bien permite obtener modelos más sencillos, puede no resultar suficientemente preciso. Aquí se ha buscado la obtención de un modelo dinámico, es decir, que incorpore el control de aceleraciones lineales y angulares.

El presente trabajo se halla estructurado de la siguiente

¹<http://www.valtra.com/articulated-tractors.aspx>

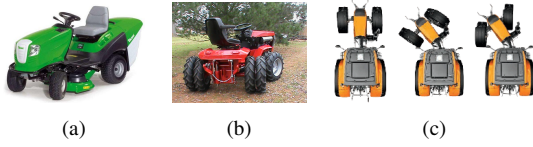


Figura 1. Diferentes mecanismos empleados por tractores para modificar su dirección.

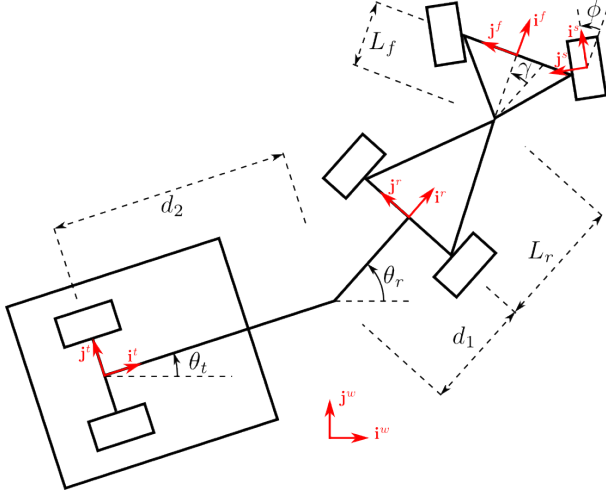


Figura 2. Esquema del vehículo articulado con implemento.

manera. En la Sección I se ha presentado una breve descripción del problema que desea resolverse. En la Sección II se procede a la obtención del modelo matemático del vehículo. En la Sección III se presenta el método empleado para controlar el vehículo. Luego, en la Sección IV se discuten los resultados obtenidos utilizando el modelo desarrollado, mediante la aplicación de la metodología de control predictivo propuesta, y se analizan diferentes condiciones operacionales. Finalmente, en la Sección V se presentan las conclusiones obtenidas y se discuten posibles trabajos futuros sobre esta temática.

II. DERIVACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO

En la Fig. 2 puede observarse una representación del sistema a modelar, junto con las diferentes constantes de longitud involucradas: L_r representa la distancia desde el centro del eje trasero del tractor hasta el centro de la articulación central, L_f corresponde a la distancia desde este punto hasta el centro del eje delantero, d_1 es la distancia desde el punto de articulación del implemento hasta el centro del eje trasero y d_2 es la distancia desde este punto hasta el centro del eje del implemento. Además, en el gráfico pueden verse los ángulos que determinan la orientación del vehículo: θ_t es el ángulo de rotación del implemento, θ_r es el ángulo formado por la parte trasera del tractor, γ el ángulo de articulación y ϕ representa el ángulo de dirección frontal. En particular, en el esquema presentado en la Fig. 2 todos estos ángulos toman valores positivos.

A continuación se realiza la derivación del modelo diferencial del sistema en estudio, comenzando por la obtención

de un modelo cinemático para el mismo. En primer lugar se discuten los diferentes marcos de referencia empleados, y luego se procede a hallar las ecuaciones diferenciales que gobiernan la cinemática del vehículo. Posteriormente, se utilizan estas ecuaciones para derivar un modelo dinámico para el mismo. Debe destacarse que el método que se emplea aquí para obtener las ecuaciones cinemáticas del sistema, basado en expresar cantidades vectoriales en diferentes marcos de coordenadas, resulta a su vez novedoso, ya que en los trabajos analizados los modelos matemáticos suelen obtenerse sólo mediante observaciones realizadas a partir de la geometría del sistema. Estas observaciones no suelen ser completamente justificables, estando apoyadas más en la intuición que en el rigor matemático, y además la extensión de dicha metodología a sistemas de mayor complejidad, como el presente, resulta dificultosa.

II-A. Sistemas de referencia

En el proceso de obtención del modelo del sistema se utilizarán cinco marcos de coordenadas. En la Fig. 2 se encuentran graficados los versores \mathbf{i} y \mathbf{j} de cada uno de estos sistemas de referencia. Dado que estos marcos se utilizarán para transformar vectores, y no puntos, su ubicación no es relevante, sino que sólo resulta de interés su orientación. El primer sistema de referencia, denotado por el superíndice w , se corresponde con el marco de referencia global, cuya orientación es fija. El marco t coincide con la orientación del implemento, es decir, el versor \mathbf{i}^t forma un ángulo de θ_t con la horizontal. El marco r coincide con la orientación de la parte trasera del vehículo, de forma que el versor \mathbf{i}^r forma un ángulo de θ_r con la horizontal. El sistema f , a su vez, posee la misma orientación que la parte delantera del vehículo, por lo que el versor \mathbf{i}^f forma un ángulo de γ con \mathbf{i}^r , es decir, un ángulo de $\theta_r + \gamma$ con la horizontal. Por último, el marco s coincide con la orientación de las ruedas delanteras, de forma que el versor \mathbf{i}^s forma un ángulo de ϕ con \mathbf{i}^f , y por ende un ángulo de $\theta_r + \gamma + \phi$ con la horizontal.

La matriz de cambio de coordenadas de un sistema α a un sistema β se denota aquí como C_{α}^{β} , de forma que la representación \mathbf{v}^{β} de un vector \mathbf{v} en el marco β puede obtenerse a partir de su representación \mathbf{v}^{α} mediante la expresión $\mathbf{v}^{\beta} = C_{\alpha}^{\beta} \mathbf{v}^{\alpha}$.

II-B. Obtención de las ecuaciones cinemáticas

En primer lugar considérese la ubicación relativa de las distintas partes del sistema, en relación con los diferentes ángulos involucrados. Sea $[x_f, y_f]^T$ la posición del centro del eje delantero del vehículo, $[x_r, y_r]^T$ la posición del centro de su eje trasero, y $[x_t, y_t]^T$ la posición del centro del eje del implemento, todas ellas expresadas en el marco global w . Se observan entonces las siguientes relaciones geométricas:

$$\begin{bmatrix} x_r \\ y_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix} + C_t^w \begin{bmatrix} d_2 \\ 0 \end{bmatrix} + C_r^w \begin{bmatrix} d_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} x_f \\ y_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_r \\ y_r \end{bmatrix} + C_r^w \begin{bmatrix} L_r \\ 0 \end{bmatrix} + C_f^w \begin{bmatrix} L_f \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Derivando estas expresiones, se tiene

$$\begin{cases} \dot{x}_r = \dot{x}_t - d_2 \dot{\theta}_t \sin \theta_t - d_1 \dot{\theta}_r \sin \theta_r \\ \dot{y}_r = \dot{y}_t + d_2 \dot{\theta}_t \cos \theta_t + d_1 \dot{\theta}_r \cos \theta_r \\ \dot{x}_f = \dot{x}_r - L_r \dot{\theta}_r \sin \theta_r - L_f (\dot{\theta}_r + \dot{\gamma}) \sin(\theta_r + \gamma) \\ \dot{y}_f = \dot{y}_r + L_r \dot{\theta}_r \cos \theta_r + L_f (\dot{\theta}_r + \dot{\gamma}) \cos(\theta_r + \gamma) \end{cases} \quad (3)$$

Se realiza ahora una simplificación, considerando que cada eje del vehículo consta de una única rueda, ubicada en su centro. Se plantean entonces ciertas restricciones sobre el movimiento del sistema, limitando el desplazamiento de cada bloque del mismo (implemento, parte trasera y parte delantera) de forma que su correspondiente rueda pueda trasladarse sólo en dirección longitudinal, sin que se produzcan deslizamientos laterales [6]. Si se impusiese esta restricción no holonómica a cada rueda del sistema de forma individual, sin considerar la simplificación mencionada, se tendría como único desplazamiento admisible al del movimiento rectilíneo, es decir, con $\theta_t = \theta_r$ y $\gamma = \phi = 0$. Es por ello que todos los trabajos analizados referentes al modelado de vehículos terrestres realizan esta simplificación.

Las restricciones mencionadas pueden expresarse como $[\dot{x}_t, \dot{y}_t]^T = C_t^w [v_t, 0]^T$, $[\dot{x}_r, \dot{y}_r]^T = C_r^w [v_r, 0]^T$ y $[\dot{x}_f, \dot{y}_f]^T = C_s^w [v_f, 0]^T$, donde $v_t \mathbf{i}^t$, $v_r \mathbf{i}^r$ y $v_f \mathbf{i}^s$ son las velocidades del centro del eje del implemento, el centro del eje trasero y el centro del eje delantero, respectivamente (notar que para la velocidad del eje frontal se utiliza la matriz C_s^w en lugar de C_f^w , de manera de tener en cuenta la dirección delantera). Desarrollando estas expresiones, se obtiene:

$$\begin{cases} \dot{x}_t = v_t \cos \theta_t \\ \dot{y}_t = v_t \sin \theta_t \\ \dot{x}_r = v_r \cos \theta_r \\ \dot{y}_r = v_r \sin \theta_r \\ \dot{x}_f = v_f \cos(\theta_r + \gamma + \phi) \\ \dot{y}_f = v_f \sin(\theta_r + \gamma + \phi) \end{cases} \quad (4)$$

Reemplazando estas relaciones en las Ecs. (3), se obtiene ahora:

$$\begin{cases} v_r \cos \theta_r = v_t \cos \theta_t - d_2 \dot{\theta}_t \sin \theta_t - d_1 \dot{\theta}_r \sin \theta_r & (a) \\ v_r \sin \theta_r = v_t \sin \theta_t + d_2 \dot{\theta}_t \cos \theta_t + d_1 \dot{\theta}_r \cos \theta_r & (b) \\ v_f \cos(\theta_r + \gamma + \phi) = v_r \cos \theta_r - L_r \dot{\theta}_r \sin \theta_r & (c) \\ & - L_f (\dot{\theta}_r + \dot{\gamma}) \sin(\theta_r + \gamma) \\ v_f \sin(\theta_r + \gamma + \phi) = v_r \sin \theta_r + L_r \dot{\theta}_r \cos \theta_r & (d) \\ & + L_f (\dot{\theta}_r + \dot{\gamma}) \cos(\theta_r + \gamma) \end{cases} \quad (5)$$

Tomando la Ec. (5.c) multiplicada por $-\sin(\theta_r + \gamma + \phi)$ y sumándola a la Ec. (5.d) multiplicada por $\cos(\theta_r + \gamma + \phi)$, y luego aplicando identidades trigonométricas, se obtiene

$$\dot{\theta}_r = \frac{v_r \sin(\gamma + \phi) - \dot{\gamma} L_f \cos \phi}{L_r \cos(\gamma + \phi) + L_f \cos \phi} \quad (6)$$

Esta expresión presentaría inconvenientes en caso que $L_r \cos(\gamma + \phi) + L_f \cos \phi = 0$. Sin embargo, debido a limitaciones mecánicas, en general se tendrá $|\phi| \leq \bar{\phi} < \frac{\pi}{2}$. Luego, imponiendo la restricción adicional de que $|\gamma| \leq \arccos\left(-\frac{L_f \cos \bar{\phi}}{L_r}\right) - \bar{\phi}$, puede garantizarse que esta dificultad no se presentará.

Tomando ahora la Ec. (5.a) multiplicada por $-\sin \theta_t$ y sumándola a la Ec. (5.b) multiplicada por $\cos \theta_t$, y procediendo de forma similar al caso anterior, puede obtenerse

$$\dot{\theta}_t = \frac{v_r}{d_2} \sin(\theta_r - \theta_t) - \frac{d_1}{d_2} \dot{\theta}_r \cos(\theta_r - \theta_t) \quad (7)$$

El modelo cinemático completo del vehículo puede expresarse entonces como

$$\begin{cases} \dot{x}_t = v_r \cos \theta_r + d_1 \dot{\theta}_r \sin \theta_r + d_2 \dot{\theta}_t \sin \theta_t \\ \dot{y}_t = v_r \sin \theta_r - d_1 \dot{\theta}_r \cos \theta_r - d_2 \dot{\theta}_t \cos \theta_t \\ \dot{\theta}_r = \frac{v_r \sin(\gamma + \phi) - L_f \cos \phi}{L_r \cos(\gamma + \phi) + L_f \cos \phi} \\ \dot{\theta}_t = \frac{v_r}{d_2} \sin(\theta_r - \theta_t) - \frac{d_1}{d_2} \dot{\theta}_r \cos(\theta_r - \theta_t) \\ \dot{\gamma} = \omega \end{cases} \quad (8)$$

donde v_r , ω_1 y ϕ son las variables de control del sistema, siendo v_r la velocidad del bloque trasero del tractor, en la dirección de \mathbf{i}^r y ω la velocidad de rotación de la articulación central. Las primeras dos ecuaciones diferenciales, que describen la posición del implemento, pueden obtenerse a partir de la Ec. (4): $\dot{x}_t = v_t \cos \theta_t$ y $\dot{y}_t = v_t \sin \theta_t$, reemplazando los términos involucrados a partir de las Ecs. (5.a) y (5.b). Las ecuaciones del modelo obtenido pueden reemplazarse en la Ec. (4), de manera de verificar que se satisfacen las restricciones no holonómicas impuestas.

Para obtener ahora un modelo dinámico del sistema analizado, puede calcularse la derivada de cada una de las ecuaciones del sistema planteado, añadiendo luego variables adicionales de forma de obtener un sistema diferencial de primer orden. Procediendo de esta forma, se obtiene

$$\begin{cases} \dot{x}_t = v_{t_x} \\ \dot{y}_t = v_{t_y} \\ \dot{\gamma} = \omega_\gamma \\ \dot{\phi} = \omega_\phi \\ \dot{\theta}_r = \omega_{\theta_r} \\ \dot{\theta}_t = \omega_{\theta_t} \\ \dot{v}_{t_x} = (a_r + d_1 \omega_{\theta_r}^2) c \theta_r + (d_1 \dot{\omega}_{\theta_r} - v_r \omega_{\theta_r}) s \theta_r + d_2 (\dot{\omega}_{\theta_t} s \theta_t + \omega_{\theta_t}^2 c \theta_t) \\ \dot{v}_{t_y} = (a_r + d_1 \omega_{\theta_r}^2) s \theta_r + (v_r \omega_{\theta_r} - d_1 \dot{\omega}_{\theta_r}) c \theta_r - d_2 (\dot{\omega}_{\theta_t} c \theta_t - \omega_{\theta_t}^2 s \theta_t) \\ \dot{\omega}_{\theta_r} = [a_r s(\gamma + \phi) + v_r (\omega_\gamma + \omega_\phi) c(\gamma + \phi) - L_f \alpha c \phi + L_f \omega_\gamma \omega_\phi s \phi] / [L_r c(\gamma + \phi) + L_f c \phi] + [v_r s(\gamma + \phi) - L_f \omega_\gamma c \phi] [L_r (\omega_\gamma + \omega_\phi) s(\gamma + \phi) + L_f \omega_\phi s \phi] / [L_r c(\gamma + \phi) + L_f c \phi]^2 \\ \dot{\omega}_{\theta_t} = \frac{s(\theta_r - \theta_t)}{d_2} [a_r + d_1 \omega_{\theta_r} (\omega_{\theta_r} - \omega_{\theta_t})] + \frac{c(\theta_r - \theta_t)}{d_2} [v_r (\omega_{\theta_r} - \omega_{\theta_t}) - d_1 \dot{\omega}_{\theta_r}] \\ \dot{\omega}_\gamma = \alpha \\ \dot{v}_r = a_r \end{cases} \quad (9)$$

donde $s(\cdot) = \sin(\cdot)$ y $c(\cdot) = \cos(\cdot)$. Este sistema puede expresarse en forma vectorial como

$$\dot{\mathbf{x}} = F(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \quad (10)$$

donde $\mathbf{x} = [x_t, y_t, \gamma, \phi, \theta_r, \theta_t, v_{t_x}, v_{t_y}, \omega_{\theta_r}, \omega_{\theta_t}, \omega_\gamma, v_r]^T$ es el vector de variables de estado del sistema, $\mathbf{u} = [a_r, \alpha, \omega_\phi]^T$ es

el vector de controles y F es la función vectorial dada por la Ec. (9).

Debe notarse que en el lado derecho de algunas de las expresiones de la Ec. (8) aparecen las derivadas de los ángulos θ_r y θ_t . Estas derivadas podrían reemplazarse directamente por las expresiones obtenidas para ellas, pero se ha optado por no hacerlo para favorecer la legibilidad del sistema. Además, siendo que este sistema será evaluado posteriormente en una computadora, es deseable no realizar cálculos redundantes. Sólo debe ponerse atención en calcular las expresiones en el orden correcto, comenzando por $\dot{\theta}_r$, $\dot{\gamma}$ y $\dot{\phi}$, calculando luego v_r y θ_t , y finalmente \dot{x}_t y \dot{y}_t .

Es interesante observar que el modelo obtenido resulta ser una generalización de otros presentes en la bibliografía. Por ejemplo, si se fija la dirección delantera en $\phi = 0$ y se ignora el modelo del implemento (es decir, se ignora θ_t y se reemplazan las ecuaciones para \dot{x}_t e \dot{y}_t por las ecuaciones correspondientes para \dot{x}_r e \dot{y}_r), el sistema resultante coincide con el derivado por Nayl et al. [8]. Por otra parte, si se considera que la articulación del implemento se halla directamente sobre el eje trasero ($d_1 = 0$) y se quita la articulación central (fijando $\gamma = 0$), el modelo obtenido coincide con el de LaValle [6].

III. CONTROL

Disponiendo ya de un modelo cinemático del vehículo, debe discutirse la estrategia de control que va a emplearse para lograr que el implemento siga trayectorias predefinidas. Se ha optado aquí por utilizar un esquema de control predictivo (MPC) [1], [2]. De esta forma se logra combinar las ventajas del control óptimo, de manera de obtener un comportamiento eficiente en un sentido significativo, con la posibilidad de realizar control a lazo cerrado (de forma de tener en cuenta las perturbaciones externas) y con una carga computacional suficientemente baja como para posibilitar la implementación futura del algoritmo en un ordenador de placa reducida.

Si bien el sistema representado en la Ec. (8) está expresado en tiempo continuo, se pretende trabajar en tiempo discreto, como suele ser usual en el campo del control digital. Para ello se define un cierto período de discretización ΔT , y se emplea un retenedor de orden cero para obtener acciones de control en tiempo continuo, es decir,

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_k, \quad t_k \leq t \leq t_{k+1}, \quad (11)$$

donde $t_k = t_0 + k\Delta T$, siendo t_0 el instante inicial del experimento.

Asimismo, debe definirse la forma en que se discretizará la cinemática del sistema. Existen diferentes métodos para ello, como ser métodos de disparo, métodos de Runge-Kutta (dentro de los que se destaca el popular método explícito de cuarto orden) y el método de *collocation*. Este último consiste en hallar, para cada período de discretización, un polinomio de cierto orden que satisfaga la función a discretizar en un conjunto definido de puntos [9]. Estos puntos pueden obtenerse, por ejemplo, a partir de la cuadratura de Gauss-

Legendre. Éste es el método que se ha optado por utilizar en este trabajo. De este modo, se obtiene un sistema de la forma

$$\mathbf{x}_{k+1} = \hat{F}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k), \quad (12)$$

donde \hat{F} aproxima la cinemática del sistema a tiempo discreto.

La función de costo a emplear se define aquí como

$$\mathcal{J}(k) = \sum_{i=0}^{n-1} \mathcal{L}_s(\mathbf{x}_{k+i}, \mathbf{u}_{k+i}) + \mathcal{L}_f(\mathbf{x}_{k+n}), \quad (13)$$

donde \mathcal{L}_s define el costo de etapa, \mathcal{L}_f es la penalización terminal y $H = (n-1) \times \Delta T$ es el horizonte empleado. El problema de optimización queda formado entonces por

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{U} \in \mathcal{U}} \mathcal{J}(k) \\ \text{s.a.} \quad & \begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \hat{F}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k), \\ \mathbf{x}(t_k) = \mathbf{x}_k, \\ \mathbf{x} \in \mathcal{X} \end{cases} \end{aligned} \quad (14)$$

siendo \mathcal{X} y \mathcal{U} los conjuntos de estados y controles admisibles, respectivamente. Al resolver este problema en cada instante de discretización t_k , se obtiene como resultado la secuencia de acciones de control óptimas, $\mathbf{U} = \{\mathbf{u}_k, \mathbf{u}_{k+1}, \dots\}$, a aplicar a lo largo del horizonte H . En cada período se aplica sólo la primer acción de control calculada, y se vuelve a resolver el problema en el instante siguiente.

Tradicionalmente, las funciones de costo de etapa y penalización terminal se definen de forma cuadrática, como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_s(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) &= (\mathbf{x}_k - \mathbf{r}_k)^T Q (\mathbf{x}_k - \mathbf{r}_k) + \mathbf{u}_k^T R \mathbf{u}_k \\ \mathcal{L}_f(\mathbf{x}_{k+n}) &= (\mathbf{x}_{k+n} - \mathbf{r}_{k+n})^T Q_f (\mathbf{x}_{k+n} - \mathbf{r}_{k+n}) \end{aligned}, \quad (15)$$

siendo Q y Q_f matrices simétricas semidefinidas positivas, R una matriz simétrica definida positiva y donde \mathbf{r}_k define la trayectoria de referencia para los estados del sistema que se desean controlar.

Sin embargo, este enfoque resulta ser insuficiente para el problema en tratamiento. Como se verá en la sección posterior, si las funciones de costo se definen como en la Ec. (15), el comportamiento óptimo obtenido resulta ser poco realista. En la mayor parte de las simulaciones realizadas de esta forma, el vehículo exhibe una tendencia a moverse en reversa, de manera que el implemento marche en primer lugar, seguido por el tractor. Para evitar este comportamiento poco deseable, se define aquí también una referencia para el vector tangente unitario a la trayectoria seguida por el implemento. Este vector puede calcularse a partir del ángulo θ_t como

$$\mathbf{T}_k = [\cos \theta_{t_k}, \sin \theta_{t_k}]^T. \quad (16)$$

Por otra parte, la referencia para este vector puede ser calculada empleando aproximaciones de diferencias finitas a partir de la trayectoria deseada para el implemento. Para ello, se define

$$r_{\mathbf{T}_k} = \frac{[x_{t_{k+1}} - x_{t_{k-1}}, y_{t_{k+1}} - y_{t_{k-1}}]^T}{\sqrt{(x_{t_{k+1}} - x_{t_{k-1}})^2 + (y_{t_{k+1}} - y_{t_{k-1}})^2}}. \quad (17)$$

Esto es válido para todo instante de discretización t_k distinto del instante inicial y el final. Para éstos puede procederse de

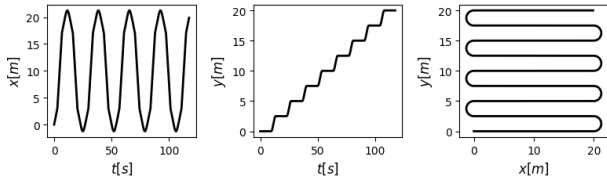


Figura 3. Trayectoria de referencia.

forma similar, tomando aproximaciones hacia adelante y hacia atrás, respectivamente.

Para que los vectores unitarios \mathbf{T}_k y $r_{\mathbf{T}_k}$ tengan la misma dirección, debe cumplirse que $\mathbf{T}_k \cdot r_{\mathbf{T}_k} = 1$. Por lo tanto, puede agregarse este término a las funciones de costo \mathcal{L}_s y \mathcal{L}_f , dando lugar a

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_s(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) &= (\mathbf{x}_k - \mathbf{r}_k)^T Q (\mathbf{x}_k - \mathbf{r}_k) \\ &\quad + q_T (\mathbf{T}_k \cdot r_{\mathbf{T}_k} - 1)^2 + \mathbf{u}_k^T R \mathbf{u}_k, \\ \mathcal{L}_f(\mathbf{x}_{k+n}) &= (\mathbf{x}_{k+n} - \mathbf{r}_{k+n})^T Q_f (\mathbf{x}_{k+n} - \mathbf{r}_{k+n}) \\ &\quad + q_{T_f} (\mathbf{T}_{k+n} \cdot r_{\mathbf{T}_{k+n}} - 1)^2, \end{aligned} \quad (18)$$

donde q_T y q_{T_f} son coeficientes de penalización no negativos. Como se verá posteriormente, esta modificación conduce a resultados satisfactorios.

IV. RESULTADOS

Todos las simulaciones presentadas en esta sección fueron realizadas empleando el lenguaje de programación *Python*. Para implementar el controlador propuesto, basado en MPC y empleando el método de *collocation* para discretizar el sistema, se utilizó el *framework* simbólico de diferenciación algorítmica y optimización numérica CasADi [10], en combinación con la librería “Nonlinear Model Predictive Control Tools for CasADi” (*mcp-tools-casadi*) [11].

Para todas las simulaciones presentadas en esta sección se han definido las matrices de peso intervinientes en el problema de optimización dado por la Ec. (14) como $Q = \text{diag}([10, 10, 0, 0, 0, 0])$, $R = \text{diag}([1, 50, 50])$ y $Q_f = \text{diag}([250, 250, 0, 0, 0, 0])$, empleando un horizonte de $H = 6s$ y un período de discretización de $\Delta T = 0,1s$. Como puede notarse, se ha dado un mayor peso a las acciones de control ω_1 y ω_2 que a la velocidad v_f . Esto resulta necesario para evitar que se presenten grandes oscilaciones en los ángulos del sistema. Además, puede verse que en las matrices Q y Q_f sólo se consideran los errores cometidos en la posición del cuerpo a controlar. Por otra parte, con el objeto de que el comportamiento resultante respete las limitaciones de los actuadores y de la mecánica del sistema, se definen las siguientes restricciones sobre los estados del sistema, las acciones de control y los cambios en las mismas: $|\gamma| \leq 60^\circ$, $|\theta_r - \theta_t| \leq 90^\circ$, $|\phi| \leq 60^\circ$, $|v_f| \leq 10m/s$, $|\Delta v_f| \leq 5m/s$, $|\Delta \omega_1| \leq 15^\circ$ y $|\Delta \omega_2| \leq 15^\circ$. Con el propósito de ilustrar el comportamiento del sistema modelado y el desempeño del controlador implementado se propone aquí una trayectoria de referencia correspondiente a un campo que debe ser arado. Se desea, por lo tanto, que el implemento sujeto al vehículo recorra dicha trayectoria. El recorrido deseado puede observarse en la Fig. 3.

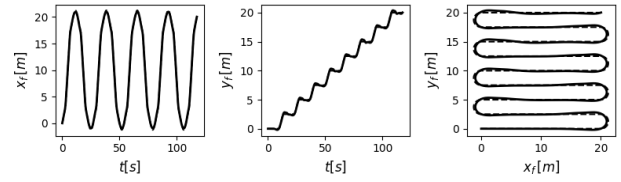


Figura 4. Simulación 1: trayectoria seguida por el bloque delantero del tractor.

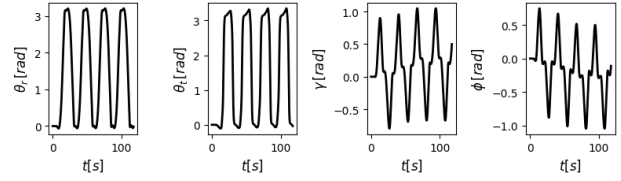


Figura 5. Simulación 1: ángulos del sistema.

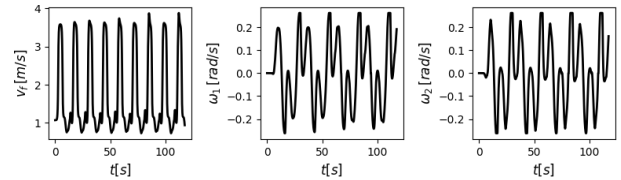


Figura 6. Simulación 1: acciones de control.

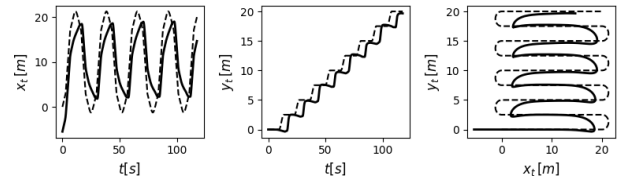


Figura 7. Simulación 1: trayectoria seguida por el implemento.

En primer lugar, supóngase que se procede como es habitual en el manejo de vehículos agrícolas y se controla de forma directa la posición del tractor (en particular, de su bloque delantero), haciendo que éste siga de forma directa la trayectoria deseada. El controlador implementado, por lo tanto, ignora el modelo de la parte del sistema correspondiente al implemento. En la Fig. 4 puede observarse el comportamiento de esta parte del tractor, donde se muestra con línea llena la trayectoria seguida y con línea punteada la trayectoria de referencia. En las Figs. 5 y 6 puede verse la evolución de los ángulos del sistema y las acciones de control utilizadas. Como puede notarse en la Fig. 4, el vehículo sigue con gran exactitud la trayectoria impuesta. Sin embargo, lo verdaderamente relevante es el recorrido seguido por el implemento. Éste puede verse en la Fig. 7, junto con la correspondiente referencia. Como se observa, la precisión resultante es muy baja.

Se procede a repetir la maniobra realizada, penalizando ahora las desviaciones incurridas en la posición del implemento, y utilizando la información del modelo completo dentro del controlador predictivo. El comportamiento resultando puede observarse en las Figs. 8, 9 y 10, donde se han graficado el recorrido seguido por el implemento, los ángulos del sistema

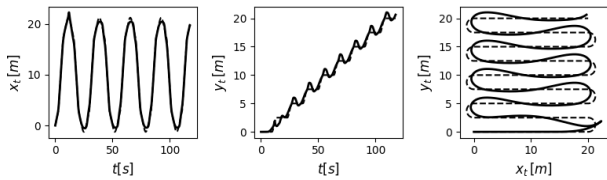


Figura 8. Simulación 2: trayectoria seguida por el implemento.

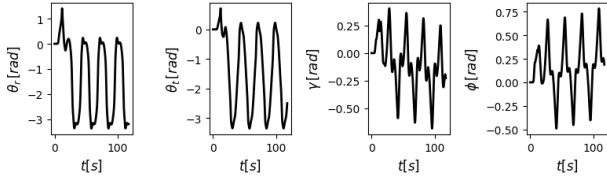


Figura 9. Simulación 2: ángulos del sistema.

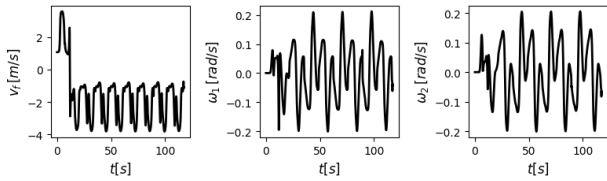


Figura 10. Simulación 2: acciones de control.

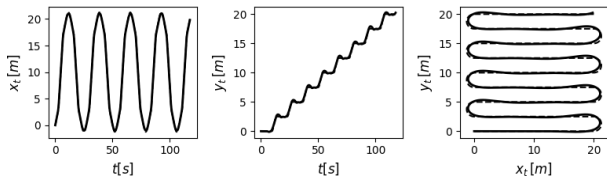


Figura 11. Simulación 3: trayectoria seguida por el implemento.

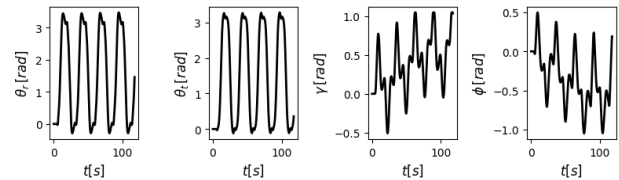


Figura 12. Simulación 3: ángulos del sistema.

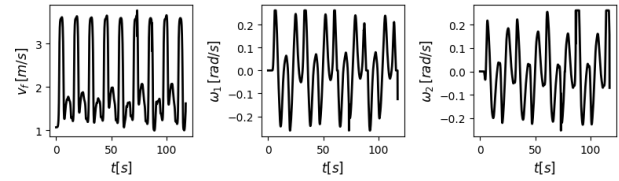


Figura 13. Simulación 3: acciones de control.

no se ha observado en otros trabajos similares, y podría extenderse a otra clase de vehículos sujetos a diferentes tipos de restricciones no holonómicas. Asimismo, se ha implementado un controlador basado en MPC y se lo ha utilizado satisfactoriamente en simulaciones computacionales donde se requirió que el implemento siga una trayectoria dada. Además, se ha presentado la incorporación de un término adicional a las funciones de costo usuales en MPC, que favorece la obtención de un comportamiento realista por parte del sistema.

Como trabajo futuro podría llevarse adelante el modelado dinámico del sistema, incorporando las fuerzas y torques actuantes sobre las diferentes partes del mismo. Además, se pretende implementar el controlador desarrollado en un modelo a escala, de manera de contrastar su desempeño con el observado a partir de las simulaciones.

REFERENCIAS

- [1] J. M. Maciejowski, *Predictive control: With constraints*. Pearson education, 2002.
- [2] J. B. Rawlings y D. Q. Mayne, *Model predictive control: Theory and design*. Nob Hill Pub., 2009.
- [3] K. Tanaka y T. Kosaki, "Design of a stable fuzzy controller for an articulated vehicle", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, vol. 27, n.º 3, págs. 552-558, 1997.
- [4] J. L. Farmer, "Kinematic analysis of a two-body articulated robotic vehicle", Tesis doct., Virginia Tech, 2008.
- [5] T. Nayl, "Modeling, control and path planning for an articulated vehicle", PhD thesis, Luleå Tekniska Universitet, 2013.
- [6] S. M. LaValle, *Planning algorithms*. Cambridge university press, 2006.
- [7] T. Nayl, G. Nikolakopoulos y T. Gustafsson, "Switching model predictive control for an articulated vehicle under varying slip angle", en *Control & Automation (MED), 2012 20th Mediterranean Conference on*, IEEE, 2012.
- [8] —, "Effect of kinematic parameters on mpc based on-line motion planning for an articulated vehicle", *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 70, 2015.

V. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

En este trabajo se ha realizado un estudio de un tractor articulado con dirección delantera que lleva acoplado un implemento agrícola. Se ha derivado el modelo cinemático del vehículo propuesto mediante una formulación matemática sólida. El procedimiento seguido para realizar dicha derivación

sinc(7) Research Institute for Signals, Systems and Computational Intelligence (fich.unl.edu.ar/sinc) L. Genzelis, G. Sanchez, Nestor N. Deniz, M. Murillo & L. Giovannini; "Modelado y control de un vehículo agrícola articulado con implemento." XVII Workshop on Information Processing and Control (IPIC), 2017.

-
- [9] M. Diehl, H. G. Bock, H. Diedam y P.-B. Wieber, "Fast direct multiple shooting algorithms for optimal robot control", en *Fast motions in biomechanics and robotics*, Springer, 2006, págs. 65-93.
 - [10] J. Andersson, "A General-Purpose Software Framework for Dynamic Optimization", PhD thesis, Arenberg Doctoral School, KU Leuven, 2013.
 - [11] M. J. Risbeck y J. B. Rawlings, *Mpctools: Nonlinear model predictive control tools for casadi*, <https://bitbucket.org/rawlings-group/mpc-tools-casadi>, Accedido: 2017-06-12.