

CONTROL PREDICTIVO NO LINEAL APLICADO A UN VEHÍCULO AÉREO NO TRIPULADO TIPO CUADRICÓPTERO

Guido Sánchez ^{*,1} Marina H. Murillo ^{**2}
Leonardo L. Giovanini ^{*,3}

** Centro de Investigación en Señales, Sistemas e Inteligencia Computacional (SINC), CONICET, Universidad Nacional del Litoral, Santa Fe, Argentina - sanchez.guido@gmail.com, llgiovanini@googlemail.com*

*** Centro de Investigación de Métodos Computacionales (CIMEC), CONICET, Universidad Nacional del Litoral, Santa Fe, Argentina - marinahmurillo@gmail.com*

Resumen: En este trabajo se aborda el problema de controlar un modelo de cuadricóptero no tripulado utilizando la técnica control predictivo no lineal (*Non-Linear Model Predictive Control* - NLMPC).

NLMPC es una técnica de control moderna que tiene en cuenta la dinámica de los sistemas no lineales. En este trabajo se desarrolla un sistema de control automático para un modelo de cuadricóptero de orden completo, con 6-grados de libertad (6-DOF), utilizando un algoritmo NLMPC. El sistema de control automático se diseña como una unidad centralizada que es capaz de controlar completamente el modelo del cuadricóptero sin la necesidad de desacoplar el sistema no lineal en diferentes modos reducidos.

Para evaluar la *performance* del controlador se presentan dos maniobras autónomas: *i*) ascenso a una altitud deseada seguido de un desplazamiento hacia adelante, y *ii*) ascenso a una altitud deseada seguido de un descenso en movimiento espiral, alineando uno de los ejes del cuadricóptero con el radio de la circunferencia.

Palabras Claves: *Non-Linear Model Predictive Control*, Optimización, Cuadricóptero, Vehículos Aéreos no Tripulados

1. INTRODUCCIÓN

Una de las áreas de la aviación que ha crecido sorprendentemente rápido es aquella que involucra a los vehículos aéreos no tripulados (UAVs). Esto se debe principalmente a su capacidad para llevar a cabo una amplia gama de misiones a un costo más bajo y sin arriesgar las vidas humanas. Los UAVs se utilizan mayormente en misiones como ser búsqueda y rescate (Doherty and Rudol, 2007), inspección de líneas eléctricas

(Jones, 2005), actividades agrícolas (Zhang and Kovacs, 2012) y recolección de imágenes (Adams *et al.*, 2014).

El éxito de las diferentes misiones depende principalmente del diseño de un sistema de control automático eficaz y robusto. Esto se convierte en un desafío cuando se tienen en cuenta las diferentes perturbaciones y los diferentes objetivos de las misiones.

Los helicópteros no tripulados, en particular los cuadricópteros, se han vuelto populares debido a que los mismos cuentan con habilidades tales como despegue y aterrizaje vertical, capacidad

¹ Becario Doctoral CONICET, Docente UNL

² Becaria Doctoral CONICET, Docente UNL

³ Investigador CONICET, Docente UNL

de mantenerse flotando (*hovering*) en el aire y también de realizar maniobras agresivas.

Se han evaluado diferentes técnicas para el diseño de sistemas de control automático de vehículos aéreos. La técnica más clásica es el control Proporcional-Integral-Derivativo (PID). Por ejemplo, Mellinger y colaboradores utilizan tres controladores PID para llevar a un cuadricóptero a un estado de vuelo deseado (Mellinger *et al.*, 2012). Sin embargo, cuando se utiliza el control PID en sistemas con múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO) resulta necesario, en primer lugar, desacoplar el modelo en distintos modos reducidos. Además, este tipo de controladores funciona mejor con sistemas lineales y el ajuste de los parámetros del PID no siempre proporciona un rendimiento óptimo del sistema.

En las últimas décadas, las técnicas de control clásicas han dado lugar a técnicas de control modernas como ser regulador cuadrático lineal (LQR) y control predictivo basado en modelos (MPC). Este tipo de controladores han sido utilizados en UAVS, por ejemplo, en (Reyes-Valeria *et al.*, 2013) se logra diseñar un control de trayectoria y de actitud para un cuadricóptero utilizando un sistema de control basado en LQR con *gain scheduling*, y en (Argentim *et al.*, 2013) se utilizan controladores PID y LQR para simular diferentes maniobras de un cuadricóptero.

MPC lineal es una clase de algoritmo en el que se utiliza modelos lineales del sistema para predecir el comportamiento futuro del mismo durante un horizonte de predicción h_p . MPC se formula mediante la resolución de un problema de optimización *online* sobre un horizonte de control h_c . Solamente el primer elemento del control óptimo computado se aplica a la planta de acuerdo de acuerdo a una estrategia de horizonte deslizante. MPC lineal ha sido aplicado con éxito en una variedad de casos, ya que el modelo del sistema y las restricciones en estados/entradas pueden considerarse explícitamente en el cálculo del control (Maciejowski, 2002; Mayne *et al.*, 2000). Últimamente, MPC también se ha convertido en una técnica muy popular para el control de vehículos aéreos. Por ejemplo, en (Alexis *et al.*, 2012a) se propone un controlador predictivo conmutado para lograr el seguimiento preciso de trayectorias con un modelo de cuadricóptero no tripulado. En (Abdolhosseini *et al.*, 2013) se presenta un algoritmo MPC eficiente para controlar un cuadricóptero no tripulado miniatura.

Recientemente, MPC ha sido ampliamente extendido a sistemas no lineales, dando lugar al MPC no lineal (NLMPC) (Grüne and Pannek, 2011; Allgöwer *et al.*, 2004; Chao *et al.*, 2012; Kouvaritakis and Cannon, 2001). Sin embargo, esta técnica de control óptimo no lineal no ha sido

ampliamente utilizada para el control de vehículos aéreos no tripulados. Esto se debe a que los UAVS son sistemas con dinámicas rápidas y el problema de optimización no lineal debe ser resuelto *online* teniendo en cuenta las restricciones temporales impuestas por las aplicaciones de tiempo real. Hoy en día, con los ordenadores de múltiples núcleos y el uso de técnicas como la presentada en (Quirynen *et al.*, 2013), el tiempo de ejecución del algoritmo NLMPC no es un problema de mayor importancia.

Cuando se utiliza la técnica NLMPC, el sistema de orden completo con 6-DOF puede tenerse en cuenta en el problema de optimización. No es necesario desacoplar el sistema en sus modos longitudinal y lateral, como se hace en (Mellinger *et al.*, 2012; Alexis *et al.*, 2012b; Raffo *et al.*, 2010; Alexis *et al.*, 2011; Roy *et al.*, 2012), lo cual conduce a la pérdida de información de los acoplamientos existentes entre los modos. En este trabajo, la evaluación del desempeño de la técnica NLMPC se lleva a cabo utilizando un modelo de un cuadricóptero con 6-DOF.

Este trabajo se organiza como sigue. En la Sección 2 se introduce el modelo matemático no lineal del cuadricóptero. En la Sección 3, se resume la formulación del control predictivo no lineal. Los resultados de las simulaciones se muestran en la Sección 4. Finalmente, las conclusiones se describen en la Sección 5.

2. REPRESENTACIÓN DE SISTEMAS NO LINEALES

2.1 Representación Genérica de los Sistemas No Lineales

Una representación genérica de la dinámica de un sistema no lineal arbitrario está dada por la siguiente ecuación diferencial de primer orden:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \quad (1)$$

donde $\mathbf{x}(t)$ y $\mathbf{u}(t)$ son el vector de estados y entradas del sistema, respectivamente.

La Ec. (1) puede linealizarse expandiendo $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ en serie de Taylor alrededor de una trayectoria deseada $\bar{\mathbf{x}}(t)$ la cual es definida por las entradas de control $\bar{\mathbf{u}}(t)$. Definiendo $\hat{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{x}(t) - \bar{\mathbf{x}}(t)$, $\hat{\mathbf{u}}(t) = \mathbf{u}(t) - \bar{\mathbf{u}}(t)$ y $\hat{\dot{\mathbf{x}}}(t) = \dot{\mathbf{x}}(t) - \dot{\bar{\mathbf{x}}}(t)$, donde $\hat{\dot{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}}(t), \bar{\mathbf{u}}(t))$, como los nuevos vectores de estados, entradas y *rates* de entradas, respectivamente, la forma general del sistema lineal variante en el tiempo (LTV) puede escribirse como:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}(t)\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}(t)\hat{\mathbf{u}}(t) \quad (2)$$

donde las matrices $\mathbf{A}(t)$ y $\mathbf{B}(t)$ son las matrices Jacobianas del sistema no lineal de Eq. (1) y se definen como sigue:

$$\mathbf{A}(t) = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{(\bar{\mathbf{x}}(t), \bar{\mathbf{u}}(t))}, \mathbf{B}(t) = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \Big|_{(\bar{\mathbf{x}}(t), \bar{\mathbf{u}}(t))} \quad (3)$$

El equivalente discreto de la Ec. (2) se obtiene discretizando el sistema LTV y puede escribirse como:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k \quad (4)$$

donde \mathbf{x}_k es el vector de estados evaluado en $t = k\Delta T_s$, \mathbf{u}_k denota el vector de entradas de control evaluado en $t = k\Delta T_s$, \mathbf{x}_{k+1} representa el vector de estados evaluado en $t = (k+1)\Delta T_s$, \mathbf{A}_k y \mathbf{B}_k son las versiones discretas de las matrices descriptas en Ec. (3). ΔT_s es la tasa de muestreo.

2.2 Dinámica No Lineal del Cuadricóptero

Un cuadricóptero es un vehículo aéreo cuyo movimiento está principalmente gobernado por las fuerzas de sustentación (*lift*) que producen las palas de las cuatro hélices.

Como se muestra en la Fig. 1(a), el cuadricóptero tiene una estructura en cruz con cuatro hélices, una en cada extremo. Las hélices delanteras y traseras (Ω_1 y Ω_3 , respectivamente) giran en sentido antihorario mientras que las hélices de la izquierda y derecha (Ω_4 y Ω_2 , respectivamente) giran en sentido horario.

En esta sección, se da una descripción general acerca del modelo del cuadricóptero. Mayor información se puede encontrar en (Bresciani, 2008), donde el modelo del cuadricóptero está completamente desarrollado.

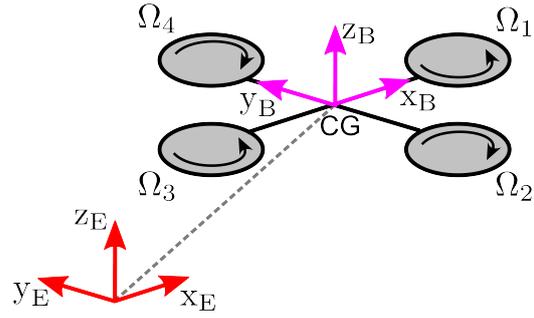
Se asume que la estructura del cuadricóptero es simétrica con respecto a sus ejes longitudinales y transversales. El origen del eje cuerpo (B-Frame) se encuentra en el centro de gravedad (CG) del cuadricóptero. El B-Frame [x_B, y_B, z_B] y el sistema coordenado tierra (E-Frame) [x_E, y_E, z_E] también se muestran en la Fig. 1(a).

El vector de estados del cuadricóptero con 6-DOF tiene una dimensión $N_s = 12$ y está representado por:

$$\mathbf{x} = [x \ y \ z \ \phi \ \theta \ \psi \ u \ v \ w \ p \ q \ r]^T \quad (5)$$

donde

- x, y y z son las componentes de la posición del CG del cuadricóptero con respecto al sistema coordenado E-frame.
- ϕ, θ y ψ son los ángulos de Euler que definen los movimientos *roll*, *pitch* y *yaw* del sistema coordenado B-frame con respecto al sistema coordenado E-frame.
- u, v y w son las componentes del vector velocidad del cuadricóptero con respecto al sistema coordenado B-frame.
- p, q y r son las componentes del vector velocidad angular del cuadricóptero con respecto al sistema coordenado B-frame.



(a) Esquema simple de un cuadricóptero



(b) Modelo 3D de un cuadricóptero

Fig. 1. Esquema simplificado y modelo 3D de un cuadricóptero

El vector \mathbf{u} , de dimensión $N_i = 4$, se asume que está dado por:

$$\mathbf{u} = [\Omega_1 \ \Omega_2 \ \Omega_3 \ \Omega_4]^T \quad (6)$$

donde Ω_i [rad/seg] es la velocidad de hélice i .

Definiendo c_α , s_α y t_α como la notación para representar $\cos(\alpha)$, $\sin(\alpha)$ y $\tan(\alpha)$ respectivamente, para un ángulo genérico α , y siguiendo (Bresciani, 2008), el modelo no lineal del cuadricóptero 6-DOF está bien representado por las Ecs. (7) y (8):

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} c_\psi c_\theta u + (c_\phi c_\psi s_\theta + s_\phi s_\psi) w + \dots \\ \dots + (s_\phi c_\psi s_\theta - c_\phi s_\psi) v \\ s_\psi c_\theta u + (c_\phi s_\psi s_\theta - s_\phi c_\psi) w + \dots \\ \dots + (s_\phi s_\psi s_\theta + c_\phi c_\psi) v \\ c_\phi c_\theta w + s_\phi c_\theta v - s_\theta u \\ c_\phi r t_\theta + s_\phi q t_\theta + p \\ c_\phi q - s_\phi r \\ \frac{c_\phi}{c_\theta} r + \frac{s_\phi}{c_\theta} q \\ (vr - wq) + g s_\theta \\ (wp - ur) - g c_\theta s_\phi \\ (uq - vp) - g c_\theta c_\phi + \frac{U_1}{m} \\ \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} q r - \frac{J_{tp}}{I_{xx}} q \Omega + \frac{U_2}{I_{xx}} \\ \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} p r + \frac{J_{tp}}{I_{yy}} p \Omega + \frac{U_3}{I_{yy}} \\ \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx} - I_{yy}} p q + \frac{U_4}{I_{zz}} \end{bmatrix} \quad (7)$$

donde $\dot{\mathbf{x}}$ es la derivada temporal de la Ec. (5), g [m/seg] es la aceleración de la gravedad, m [kg]

es la masa del cuadricóptero, I_{ii} [Nmseg²] es el momento de inercia del cuerpo alrededor del eje i y J_{tp} [Nmseg²] es el momento total de inercia rotacional alrededor del eje de la hélice. U_1 denota la fuerza total de empuje (*thrust*), U_2 , U_3 y U_4 representan los momentos de *roll*, *pitch* y *yaw*, respectivamente. Finalmente, Ω denota la velocidad global de la hélice. La Ec. (8) muestra la relación entre las velocidades de las hélices y las fuerzas y momentos actuando en la dinámica del cuadricóptero.

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ \Omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \\ lb(-\Omega_2^2 + \Omega_4^2) \\ lb(-\Omega_1^2 + \Omega_3^2) \\ d(-\Omega_1^2 + \Omega_2^2 - \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \\ -\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 + \Omega_4 \end{bmatrix} \quad (8)$$

donde l [m] es la distancia entre el centro del cuadricóptero y el centro de una hélice, b [Nseg²] y d [Nmseg²] son las contribuciones aerodinámicas de empuje y arrastre, respectivamente.

En este trabajo, el modelo no lineal del cuadricóptero descrito en la Ec. (7) se transforma al modelo LTV definido en Ec. (2) mediante la linealización del sistema no lineal alrededor de un conjunto de trayectorias pre-definidas.

3. PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO DEL CONTROL PREDICTIVO NO LINEAL

Como se ha mencionado, MPC lineal (y no lineal) utiliza el modelo del sistema para predecir su comportamiento futuro sobre el horizonte de predicción h_p , teniendo en cuenta las mediciones de los estados actuales. Las entradas óptimas de control del sistema son obtenidas mediante la resolución de un problema de optimización sobre el horizonte de control h_c , pero solo el primer elemento del vector de control óptimo calculado es el que se aplica al sistema. Al finalizar, este proceso se repite de acuerdo a la estrategia de horizonte móvil. La Fig. 2 muestra un esquema del principio básico de MPC lineal y no lineal.

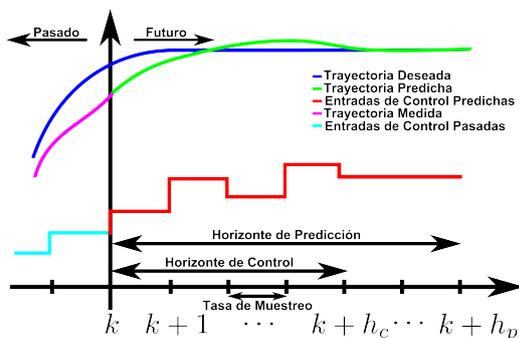


Fig. 2. Principio básico de MPC

Dado que la mayoría de los sistemas físicos se comportan de manera no lineal, la utilización de

aproximaciones lineales puede llevar a una representación no tan confiable; en especial cuando se desea capturar la dinámica no lineal del sistema. Por ese motivo, en este trabajo se propone el uso de una técnica de control utilizando NLMPC, donde la dinámica no lineal es aproximada mediante un modelo LTV.

Al iterar la Ec. (4) $k = 0, \dots, h_p - 1$, se puede ver que el vector de estados predichos $\hat{\mathbf{X}}$ puede ser calculado como:

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{P}\mathbf{x}_0 + \mathbf{H}_u\mathbf{U}_p \quad (9)$$

donde

$$\hat{\mathbf{X}} = [\mathbf{x}_1 \quad \mathbf{x}_2 \quad \dots \quad \mathbf{x}_k \quad \dots \quad \mathbf{x}_{h_p}]^T \quad (10)$$

$$\mathbf{U}_p = [\mathbf{u}_0 \quad \mathbf{u}_1 \quad \dots \quad \mathbf{u}_k \quad \dots \quad \mathbf{u}_{h_p-1}]^T \quad (11)$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 \\ \mathbf{A}_1\mathbf{A}_0 \\ \mathbf{A}_2\mathbf{A}_1\mathbf{A}_0 \\ \vdots \\ \mathbf{A}_{h_p-1} \dots \mathbf{A}_0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{H}_u = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_0 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_1\mathbf{B}_0 & \mathbf{B}_1 & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_2\mathbf{A}_1\mathbf{B}_0 & \mathbf{A}_2\mathbf{B}_1 & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{A}_{h_p-1} \dots \mathbf{A}_1\mathbf{B}_0 & \mathbf{A}_{h_p-1} \dots \mathbf{A}_2\mathbf{B}_1 & \dots & \mathbf{B}_{h_p-1} \end{bmatrix} \quad (13)$$

3.1 Función Objetiva Cuadrática

Una vez obtenida la predicción del comportamiento futuro del sistema, se debe determinar una secuencia de entradas de control óptimas. Para ello, se desea que estas entradas minimicen una función objetivo (o función de costo) $J(\mathbf{x}, \mathbf{u})$. Generalmente, la función de costo J penaliza los errores entre los estados predichos y los deseados, aunque también puede penalizar cambios en las entradas de control. En este trabajo se supondrá una función de costo de la siguiente forma:

$$J = \sum_{k=1}^{h_p} [\Delta \mathbf{x}_k^T \tilde{\mathbf{Q}}_k \Delta \mathbf{x}_k + \Delta \mathbf{u}_{k-1}^T \tilde{\mathbf{R}}_k \Delta \mathbf{u}_{k-1}] \quad (14)$$

donde

$$\Delta \mathbf{x}_k = \mathbf{x}_k^{sp} - \mathbf{x}_k, \quad k = 1, \dots, h_p \quad (15)$$

$$\Delta \mathbf{u}_{k-1} = \mathbf{u}_{k-1} - \mathbf{u}_{k-2}, \quad k = 1, \dots, h_p \quad (16)$$

$\tilde{\mathbf{Q}}_k^x$ es una matriz semidefinida positiva, $\tilde{\mathbf{R}}_k^u$ es una matriz definida positiva y \mathbf{x}_k^{sp} determina los *setpoints* de las variables de estado para $k = 1, \dots, h_p$, y se define como:

$$\mathbf{x}_k^{sp} = [x_k^{sp} \quad y_k^{sp} \quad z_k^{sp} \quad \phi_k^{sp} \quad \theta_k^{sp} \quad \psi_k^{sp} \quad u_k^{sp} \quad v_k^{sp} \quad w_k^{sp} \quad p_k^{sp} \quad q_k^{sp} \quad r_k^{sp}]^T \quad (17)$$

La Ec. (14) puede ser escrita en forma matricial de la siguiente manera:

$$J(\hat{\mathbf{X}}, \mathbf{U}_p) = \Delta \mathbf{X}^T \tilde{\mathbf{Q}}_x \Delta \mathbf{X} + \Delta \mathbf{U}_p^T \tilde{\mathbf{R}}_u \Delta \mathbf{U}_p \quad (18)$$

donde

$$\Delta \mathbf{X} = \mathbf{X}_{sp} - \hat{\mathbf{X}} \quad (19)$$

$$\mathbf{X}_{sp} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^{sp} & \mathbf{x}_2^{sp} & \dots & \mathbf{x}_{h_p}^{sp} \end{bmatrix}^T \quad (20)$$

$$\Delta \mathbf{U}_p = \mathbf{E} \mathbf{U}_p + \mathbf{U}_0 \quad (21)$$

con

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{N_i} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{I}_{N_i} & \mathbf{I}_{N_i} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{I}_{N_i} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & -\mathbf{I}_{N_i} & \mathbf{I}_{N_i} \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\mathbf{U}_0 = [-\mathbf{u}_{-1} \ \mathbf{0} \ \dots \ \mathbf{0}]^T \quad (23)$$

la matriz \mathbf{I}_{N_i} es una matriz identidad de dimensión $N_i \times N_i$.

$$\tilde{\mathbf{Q}}_x = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{Q}}_1^x & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{Q}}_2^x & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \tilde{\mathbf{Q}}_{h_p}^x \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\tilde{\mathbf{R}}_{\dot{u}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{R}}_1^{\dot{u}} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{R}}_2^{\dot{u}} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \tilde{\mathbf{R}}_{h_p}^{\dot{u}} \end{bmatrix} \quad (25)$$

Utilizando la Ec. (9) en la Ec. (18) y descartando los términos constantes, la función objetivo (18) puede ser reescrita como una función que depende únicamente de la secuencia de control, como sigue:

$$J(\mathbf{U}_p) = \mathbf{g}^T \mathbf{U}_p + \mathbf{U}_p^T \mathbf{H} \mathbf{U}_p \quad (26)$$

donde

$$\mathbf{g} = 2 [\mathbf{H}_u^T \tilde{\mathbf{Q}}_x (\mathbf{P} \mathbf{x}_0 - \mathbf{X}_{sp}) + \mathbf{E}^T \tilde{\mathbf{R}}_{\dot{u}} \mathbf{U}_0] \quad (27)$$

y

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_u^T \tilde{\mathbf{Q}}_x \mathbf{H}_u + \mathbf{E}^T \tilde{\mathbf{R}}_{\dot{u}} \mathbf{E} \quad (28)$$

Al observar la Ec. (26), se puede ver que el problema de control se ha reducido al de encontrar una secuencia de control óptima \mathbf{U}_p^* que minimice una función objetivo cuadrática sujeta a ciertas restricciones.

En MPC, los valores de control se suponen que permanecen constantes para $k = h_c, \dots, h_p - 1$. Como consecuencia de esto, es posible expresar la secuencia de control completa \mathbf{U}_p en términos de la secuencia de control efectiva \mathbf{U}_c como se ve a continuación:

$$\mathbf{U}_p = \tilde{\mathbf{T}} \mathbf{U}_c \quad (29)$$

donde el vector de la secuencia de control efectiva está dado por

$$\mathbf{U}_c = [\mathbf{u}_0 \ \mathbf{u}_1 \ \dots \ \mathbf{u}_{h_c-1}]^T \quad (30)$$

y $\tilde{\mathbf{T}}$ es una matriz que copia los elementos del vector \mathbf{U}_c en \mathbf{U}_p para $k = 0, \dots, h_c - 1$ y copia el elemento \mathbf{u}_{h_c-1} en el vector \mathbf{U}_p para $k = h_c, \dots, h_p - 1$.

Finalmente, el problema de minimización puede ser escrito en término de \mathbf{U}_c como:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{U}_c} J(\mathbf{U}_c) &= \mathbf{g}^T \tilde{\mathbf{T}} \mathbf{U}_c + \mathbf{U}_c^T \tilde{\mathbf{T}}^T \mathbf{H} \tilde{\mathbf{T}} \mathbf{U}_c \\ \text{st. } \mathbf{A}_{\text{ineq}} \tilde{\mathbf{T}} \mathbf{U}_c &\leq \mathbf{b}_{\text{ineq}} \end{aligned} \quad (31)$$

La solución del problema de minimización de la ecuación Ec. (31) devuelve la secuencia óptima de entradas de control $\mathbf{U}_c^* \rightarrow \mathbf{U}_p^*$ que harán que el cuadricóptero efectúe la maniobra deseada.

4. SIMULACIÓN DE MANIOBRAS

Esta sección presenta dos maniobras que el cuadricóptero es capaz de realizar de forma autónoma utilizando la técnica de control predictivo no lineal presentada en la sección 3. Los parámetros característicos del cuadricóptero utilizado para las simulaciones son los siguientes: $m = 1$ [kg], $I_{xx} = 8.1 \cdot 10^{-3}$ [Nm seg²], $I_{yy} = 8.1e - 3$ [Nm seg²], $I_{zz} = 14.2e - 3$ [Nm seg²], $J_{tp} = 104e - 6$ [Nm seg²], $b = 54.2e - 6$ [N seg²], $d = 1.1e - 6$ [Nm seg²], $l = 0.24$ [m]. Para las simulaciones, los siguientes parámetros han sido adoptados: $\Delta T_s = 0.1$, $h_p = 40$, $h_c = 35$.

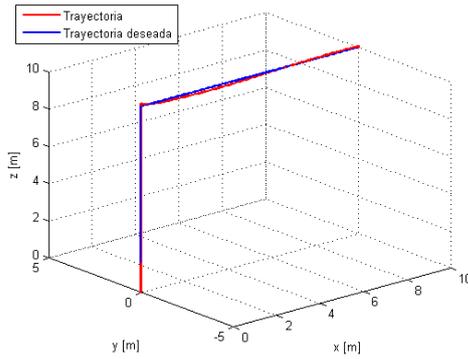
En la primer maniobra, el cuadricóptero se eleva hasta una altitud deseada y luego se mueve hacia adelante a lo largo del eje x_E . Las matrices de peso, para esta maniobra, han sido configuradas como sigue: $\tilde{Q}_k^x(1, 1) = 1$, $\tilde{Q}_k^x(2, 2) = 1$, $\tilde{Q}_k^x(3, 3) = 10$, $\tilde{Q}_k^x(4, 4) = 10$, $\tilde{Q}_k^x(5, 5) = 0$, $\tilde{Q}_k^x(6, 6) = 10$, $\tilde{Q}_k^x(7, 7) = 10$, $\tilde{Q}_k^x(8, 8) = 10$, $\tilde{Q}_k^x(9, 9) = 0$, $\tilde{Q}_k^x(10, 10) = 10$, $\tilde{Q}_k^x(11, 11) = 0$, $\tilde{Q}_k^x(12, 12) = 10$, $\tilde{R}_k^{\dot{u}}(1, 1) = 1$, $\tilde{R}_k^{\dot{u}}(2, 2) = 1$, $\tilde{R}_k^{\dot{u}}(3, 3) = 1$, $\tilde{R}_k^{\dot{u}}(4, 4) = 1$.

En la segunda maniobra, se eleva hasta una altitud deseada y luego empieza a descender describiendo una espiral, mientras alinea el eje x_B con el radio de la circunferencia. Las matrices de peso, para esta maniobra, han sido configuradas como sigue: $\tilde{Q}_k^x(1, 1) = 1$, $\tilde{Q}_k^x(2, 2) = 1$, $\tilde{Q}_k^x(3, 3) = 100$, $\tilde{Q}_k^x(4, 4) = 1000$, $\tilde{Q}_k^x(5, 5) = 0$, $\tilde{Q}_k^x(6, 6) = 1000$, $\tilde{Q}_k^x(7, 7) = 0$, $\tilde{Q}_k^x(8, 8) = 0$, $\tilde{Q}_k^x(9, 9) = 0$, $\tilde{Q}_k^x(10, 10) = 0$, $\tilde{Q}_k^x(11, 11) = 100$, $\tilde{Q}_k^x(12, 12) = 0$, $\tilde{R}_k^{\dot{u}}(1, 1) = 1$, $\tilde{R}_k^{\dot{u}}(2, 2) = 1$, $\tilde{R}_k^{\dot{u}}(3, 3) = 1$, $\tilde{R}_k^{\dot{u}}(4, 4) = 1$.

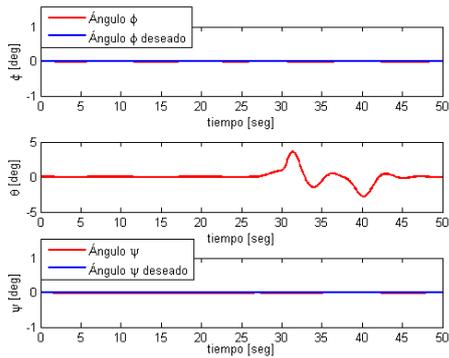
En ambos casos, las maniobras fueron programadas utilizando el *software* MATLAB[®]. Para la resolución del problema de optimización de Ec. (31) se utilizó la función *quadprog* configurada con el algoritmo punto interior.

Como se puede observar en la Fig. 3, la primer maniobra fue realizada de forma satisfactoria. La Fig. 3(a) muestra la trayectoria del cuadricóptero. El vehículo empieza a elevarse hasta una altitud de 10 [m] y luego comienza a moverse hacia adelante a lo largo de la dirección positiva del

eje x La Fig. 3(b) muestra la posición angular del cuadricóptero. Pueden observarse variaciones positivas en el ángulo θ (medio) al momento en que el cuadricóptero comienza a moverse a lo largo del eje x . Cuando el cuadricóptero llega a su posición final, el ángulo θ presenta una variación negativa que permite que el vehículo deje de moverse hacia adelante. Es de importancia notar que no hubo desplazamientos laterales mientras el cuadricóptero realizó esta maniobra. En la



(a) Posición lineal del cuadricóptero



(b) Posición angular del cuadricóptero

Fig. 3. Ascenso y movimiento hacia adelante.

Fig 4 se pueden observar las respuestas de los cuatro motores del cuadricóptero. Las variaciones de los motores son idénticas durante el ascenso para generar la fuerza de sustentación en el eje vertical. A partir de $t = 30$ [seg], comienza el movimiento de desplazamiento hacia adelante. Es por ello que la velocidad del motor Ω_1 se reduce levemente y aumenta ligeramente la velocidad del motor Ω_3 , permitiendo el movimiento a lo largo del eje x_E positivo. En las Figs. 5 se puede ver la segunda maniobra realizada, también de forma satisfactoria. La Fig 5(a) muestra la trayectoria en espiral. La posición angular del cuadricóptero puede observarse en la Fig. 5(b). Tanto ϕ (arriba) como θ (medio) toman valores iniciales de 0, para luego verse modificados a medida que el cuadricóptero empieza a seguir la trayectoria en espiral deseada. El ángulo ψ (abajo) sigue de forma precisa la trayectoria de referencia, con el fin de alinear el eje positivo x_B con el radio

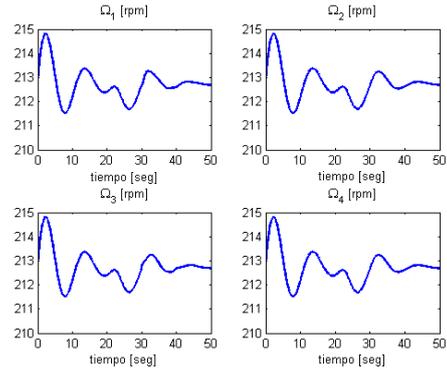


Fig. 4. Entradas de control - Ascenso y desplazamiento hacia adelante

de la circunferencia. En la Fig. 4 se muestra la evolución de los cuatro motores del cuadricóptero. En el intervalo de tiempo $0 \leq t \leq 30$ [seg] las entradas de control, es decir los motores, presentan la misma variación para producir la fuerza de sustentación necesaria para elevar al cuadricóptero a la altitud deseada. A partir del instante $t = 30$ [seg], el vehículo comienza a describir el espiral mientras va descendiendo. Como se puede apreciar en la Fig. 4, la velocidad de los motores Ω_1 y Ω_3 disminuye ligeramente respecto de la velocidad de los motores Ω_2 y Ω_4 , generándose así un torque alrededor del eje z_B que hace que el cuadricóptero gire sobre este último eje para alinear el el eje positivo x_B con el radio de la circunferencia. Una vez alineado, los motores presentan variaciones idénticas a fin de provocar el movimiento de descenso del cuadricóptero. Finalmente, en $t = 100$ [seg] el UAV alcanza el suelo.

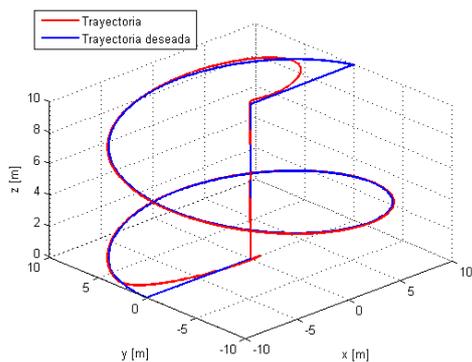
5. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó un controlador NLMPC para un cuadricóptero de orden completo con 6-grados de libertad. Esta técnica de control fue utilizada como una unidad centralizada que es capaz de controlar el modelo del cuadricóptero sin la necesidad de desacoplar el sistema no lineal.

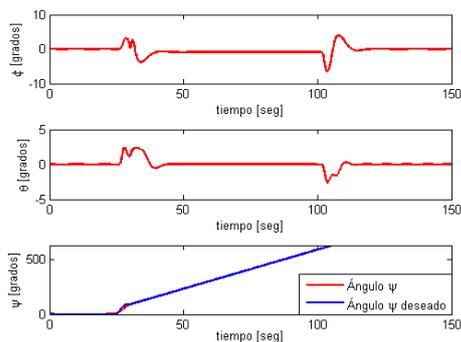
La eficiencia del controlador NLMPC propuesto es demostrada a través de las simulaciones de distintas maniobras autónomas. Todas las maniobras ejecutadas fueron realizadas de forma satisfactoria y exhiben una trayectoria suave mientras que la actitud del cuadricóptero se mantiene en la posición deseada.

REFERENCIAS

- Abdolhosseini, Mahyar, YM Zhang and Camille Alain Rabbath (2013). An efficient model predictive control scheme for an unmanned quadrotor helicopter. *Journal of Intelligent & Robotic Systems* **70**(1-4), 27–38.



(a) Posición lineal del cuadricóptero



(b) Posición angular del cuadricóptero

Fig. 5. Ascenso y descenso en espiral

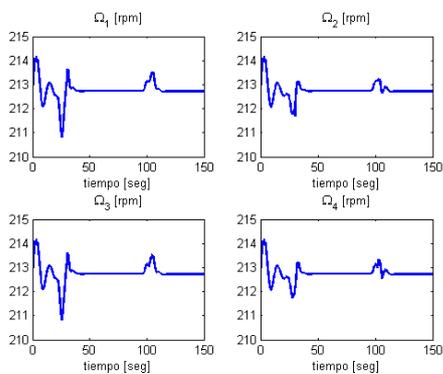


Fig. 6. Entradas de control - Espiral

Adams, Stuart M, Marc L Levitan and Carol J Friedland (2014). High resolution imagery collection utilizing unmanned aerial vehicles (uavs) for post-disaster studies. *Bridges* **10**, 9780784412626–067.

Alexis, K, G Nikolakopoulos and A Tzes (2011). Model predictive control scheme for the autonomous flight of an unmanned quadrotor. In: *Industrial Electronics (ISIE), 2011 IEEE International Symposium on*. IEEE. pp. 2243–2248.

Alexis, K, G Nikolakopoulos and A Tzes (2012a). Model predictive quadrotor control: attitude, altitude and position experimental studies. *Control Theory & Applications, IET* **6**(12), 1812–1827.

Alexis, K, G Nikolakopoulos and A Tzes (2012b). Model predictive quadrotor control: attitude, altitude and position experimental studies. *Control Theory & Applications, IET* **6**(12), 1812–1827.

Allgöwer, Frank, Rolf Findeisen and Zoltan K Nagy (2004). Nonlinear model predictive control: From theory to application. *Journal-Chinese Institute of Chemical Engineers* **35**(3), 299–316.

Argentim, Lucas M, Willian C Rezende, Paulo E Santos and Renato A Aguiar (2013). Pid, lqr and lqr-pid on a quadcopter platform. In: *Informatics, Electronics & Vision (ICIEV), 2013 International Conference on*. IEEE. pp. 1–6.

Bresciani, Tommaso (2008). *Modelling, identification and control of a quadrotor helicopter*. Department of Automatic Control, Lund University.

Chao, Zhou, Shao-Lei Zhou, Lei Ming and Wen-Guang Zhang (2012). Uav formation flight based on nonlinear model predictive control. *Mathematical Problems in Engineering*.

Doherty, Patrick and Piotr Rudol (2007). A uav search and rescue scenario with human body detection and geolocalization. In: *AI 2007: Advances in Artificial Intelligence*. pp. 1–13. Springer.

Grüne, Lars and Jürgen Pannek (2011). Nonlinear model predictive control. In: *Nonlinear Model Predictive Control*. pp. 43–66. Communications and Control Engineering. Springer London.

Jones, Dewi (2005). Power line inspection-a uav concept.

Kouvaritakis, Basil and Mark Cannon (2001). *Non-linear Predictive Control: theory and practice*. number 61 In: *Control Engineering Series*. Iet.

Maciejowski, J. (2002). *Predictive control: with constraints*. Prentice Hall.

Mayne, David Q, James B Rawlings, Christopher V Rao and Pierre OM Scokaert (2000). Constrained model predictive control: Stability and optimality. *Automatica* **36**(6), 789–814.

Mellinger, Daniel, Nathan Michael and Vijay Kumar (2012). Trajectory generation and control for precise aggressive maneuvers with quadrotors. *Int. J. Rob. Res.* **31**(5), 664–674.

Quirynen, Rien, Sébastien Gros and Moritz Diehl (2013). Efficient nmppc for nonlinear models with linear subsystems. In: *Proc. of the 52nd IEEE Conference on Decision and Control*. number accepted.

Raffo, Guilherme V, Manuel G Ortega and Francisco R Rubio (2010). An integral predictive/nonlinear h8 control structure for a quadrotor helicopter. *Automatica* **46**(1), 29–39.

Reyes-Valeria, Elias, Rogerio Enriquez-Caldera, Sergio Camacho-Lara and Jose Guichard

(2013). Lqr control for a quadrotor using unit quaternions: Modeling and simulation. In: *Electronics, Communications and Computing (CONIELECOMP), 2013 International Conference on*. IEEE. pp. 172–178.

Roy, Tushar K, Hemanshu R Pota, Matt Garratt and Hamid Teimoori (2012). Robust control for longitudinal and lateral dynamics of small scale helicopter. In: *Control Conference (CCC), 2012 31st Chinese*. IEEE. pp. 2607–2612.

Zhang, Chunhua and John M Kovacs (2012). The application of small unmanned aerial systems for precision agriculture: a review. *Precision agriculture* **13**(6), 693–712.