



INTRODUCCIÓN A LAS SEÑALES Y LOS SISTEMAS DISCRETOS

Diego H. Milone
Hugo L. Rufiner
Rubén C. Acevedo
Leandro E. Di Persia
Humberto M. Torres

UNER



UNIVERSIDAD NACIONAL DE ENTRE RÍOS

Rector

Cr. Eduardo F. J. Asueta

Secretaria de Extensión Universitaria y Cultura

Prof. Gabriela A. Bergomás

Decano de la Facultad de Ingeniería

Ing. César Raúl Osella

Directora EDUNER

Lic. María Elena Lothringer



REUN
RESOLUCIÓN DE ENTENDIMIENTO
NACIONAL

EDUNER



INTRODUCCIÓN A LAS SEÑALES
Y LOS SISTEMAS DISCRETOS

Diego H. Milone

Hugo L. Rufiner

Rubén C. Acevedo

Leandro E. Di Persia

Humberto M. Torres

Facultad de Ingeniería

UNIVERSIDAD NACIONAL DE ENTRE RÍOS

004.1 Introducción a las señales y los sistemas discretos / Diego
CDD Humberto Milone...[et.al.] ; con prólogo de: Luis F. Rocha
 – 1ª ed. – Entre Ríos : Universidad Nacional de Entre Ríos, 2006.
 252 p. : il. ; 21x14 cm. (Académica; 7)

 ISBN 950-698-173-6

 1. Bioingeniería. 2. Informática. 3. Comunicaciones. 1. Rocha,
 Luis F., prolog.

Coordinación de la edición: Gustavo Esteban Martínez

Asistente de edición: Gastón Schlotthauer

Corrección: Andrea Vittori

Diseño gráfico de la serie: Guillermo Mondejar

©Diego H. Milone, Hugo L. Rufiner, Rubén C. Acevedo,

Leandro E. Di Persia, Humberto M. Torres.

©EDUNER. Editorial de la Universidad Nacional de Entre Ríos

Entre Ríos, Argentina, 2006.

EDUNER

Eva Perón 24 / E326oFIB

Concepción del Uruguay, Entre Ríos, Argentina

eduner@rect.uner.edu.ar

Queda hecho el depósito que marca la ley 11.723.

No se permite la reproducción parcial o total, el almacenamiento, el alquiler, la transmisión
o la transformación de este libro, en cualquier forma o por cualquier medio, sea electrónico
o mecánico, mediante fotocopias, digitalización u otros métodos, sin el permiso previo y
escrito del editor. Su infracción está penada por las leyes 11.723 y 25.446.

Impreso en Argentina

Serie académica

ISBN-10: 950-698-173-6

ISBN-13: 978-950-698-173-0

ÍNDICE

Prólogo	13
Prefacio	15
Capítulo I: Introducción a señales	19
I.1. Introducción	20
I.2. Clasificación de las señales	24
I.2.1. Clasificación Fenomenológica	24
I.2.2. Clasificación Morfológica	26
I.3. Ruido en señales	30
I.4. Teoría de la comunicación	32
I.4.1. Teoría de la señal	32
I.4.2. Teoría de la información y de la codificación	33
I.5. Procesamiento de señales	35
I.5.1. Análisis de señales	38
I.6. Operaciones elementales con señales	41
I.6.1. Operaciones unarias	41
I.6.2. Operaciones binarias	43
I.7. Preguntas	43
I.8. Trabajos prácticos	46

Capítulo II: Espacios de señales	49
II.1. Introducción	50
II.1.1. Desarrollo intuitivo	50
II.2. Señales, vectores y álgebra lineal	52
II.2.1. Normas	53
II.2.2. Producto interno	55
II.3. Espacios vectoriales y señales	57
II.3.1. Conjunto de señales	57
II.3.2. Espacios de señales	59
II.3.3. Espacios vectoriales	60
II.4. Bases y transformaciones	63
II.4.1. Dependencia lineal y conjuntos generadores	63
II.4.2. Bases	64
II.4.3. Ortogonalidad y ortonormalidad	65
II.4.4. Aproximación de señales	66
II.4.5. Cambio de base	70
II.4.6. Transformaciones lineales	74
II.5. Preguntas	76
II.6. Trabajos prácticos	78
Capítulo III: Transformada Discreta de Fourier	81
III.1. Introducción	82
III.2. Familia de bases de Fourier	83
III.2.1. Series seno	83
III.2.2. Series coseno	84
III.2.3. Serie exponencial de Fourier	85
III.2.4. Transformada de Fourier de Tiempo Discreto	86
III.2.5. Transformada Continua de Fourier	87
III.3. Exponenciales complejas discretas	87
III.4. Transformada Discreta de Fourier	91
III.5. Propiedades de la TDF	94

III.6. Relación entre la TCF y la TDF	96
III.7. Utilización de ventanas	100
III.8. Resolución temporal y frecuencial	101
III.9. Representación matricial de la TDF	104
III.10. Transformada Rápida de Fourier	107
III.11. Preguntas	111
III.12. Trabajos prácticos	113
Capítulo IV: Introducción a sistemas	119
IV.1. Introducción	120
IV.2. Interconexión de sistemas	120
IV.3. Propiedades de los sistemas	122
IV.4. Ecuaciones en diferencias	125
IV.5. Representación de sistemas LTI discretos	126
IV.6. Preguntas	129
IV.7. Trabajos prácticos	129
Capítulo V: Convolución discreta	133
V.1. Introducción	134
V.2. Convolución lineal	134
V.3. Convolución circular	139
V.4. Relación entre convolución lineal y circular	141
V.5. Deconvolución	141
V.6. Preguntas	147
V.7. Trabajos prácticos	147
Capítulo VI: Transformada Z	151
VI.1. Introducción	152
VI.2. Definición de Transformada Z	152
VI.2.1. Convergencia de la Transformada Z	154

VI.2.2. La Transformada Z inversa	156
VI.3. Propiedades de la Transformada Z	157
VI.4. Representación de sistemas discretos mediante la Transformada Z	158
VI.4.1. Transformación de Euler	161
VI.4.2. Transformación bilineal	163
VI.5. Trabajos prácticos	167
 Capítulo VII: Identificación de sistemas mediante predicción lineal	169
 VII.1. Introducción	170
VII.1.1. Técnicas convencionales	171
VII.1.2. Técnicas no convencionales	172
VII.2. Análisis de la respuesta para sistemas continuos	172
VII.3. Métodos de predicción lineal	174
VII.3.1. El modelo ARMA	174
VII.3.2. El modelo AR	175
VII.3.3. Cuadrados mínimos	176
VII.3.4. Sistema de Wiener-Hopf para señales determinísticas	178
VII.3.5. Sistema de Wiener-Hopf para señales aleatorias	180
VII.3.6. Resolución del sistema de Wiener-Hopf	182
VII.3.7. Determinación de la constante de ganancia G	185
VII.4. Estimación del orden	186
VII.4.1. Error de predicción final	186
VII.4.2. Criterio de Akaike	187
VII.5. Preguntas	188
VII.6. Trabajos prácticos	189
 Capítulo VIII: Identificación de sistemas no lineales mediante algoritmos genéticos	193
 VIII.1. Introducción	194
VIII.2. Estructura de un AG	195

VIII.3. Diseño de la solución de un problema mediante AGs	196
VIII.4. Representación de los individuos	197
VIII.5. Función de fitness	199
VIII.6. Selección	199
VIII.6.1. Rueda de ruleta	200
VIII.6.2. Ventanas	201
VIII.6.3. Competencias	201
VIII.7. Reproducción y operadores de variación	201
VIII.7.1. Mutaciones	202
VIII.7.2. Cruzas	203
VIII.8. Características principales	203
VIII.9. Introducción a los fundamentos matemáticos	207
VIII.10. Trabajos prácticos	208
 Apéndice A: Octave (v2.1.36)	213
 Apéndice B: Comandos de SciLab (v2.6)	221
 Apéndice C: Comandos de MatLab (v4.2)	231
 Bibliografía	240
 Autores	245

PRÓLOGO

Escribir la presentación de un libro suele ser una empresa de gran responsabilidad y en este caso se suma el hecho de que uno de los autores (H.L.R) ha sido uno de mis mejores alumnos. No obstante, esta responsabilidad ha sido facilitada por la excepcional calidad de esta obra que, además de ser clara y concisa, posee como valor principal el de mostrar las técnicas de procesamiento de señales y de estudio de sistemas que han constituido la base para el desarrollo de la tecnología actual. La misma ha revolucionado nuestra sociedad y continúa evolucionando rápidamente, principalmente en el campo digital.

Resulta sorprendente descubrir que todos los seres vivientes realizan, sin sospecharlo, análisis de señales similares a los aquí tratados. Por ejemplo, tanto una planta carnívora como un tigre pueden distinguir fácilmente sus respectivas presas, ya sea por su olor, su aspecto, sus movimientos o sus sonidos característicos. Sin embargo solo nuestra especie ha podido comprender estos fenómenos y describirlos en términos de un lenguaje matemático. Una paloma puede distinguir, con mayor precisión que la nuestra, diferencias sutiles en el canto de otras aves de su propia especie, pero el hombre es el único que puede preguntarse el porque y el como de todos estos procesos. Podríamos decir que varios de ellos involucran técnicas semejantes al análisis de Fourier, no obstante sólo nosotros somos capaces de plantear un modelo o teoría como esta que permita estudiarlos. Además, a medida que descubrimos sus limitaciones, podemos proponer

nuevas teorías para mejorar nuestro entendimiento del mundo.

En este libro revisaremos los fundamentos de diferentes métodos para el estudio de los sistemas y la extracción de información útil de las señales, aplicables en campos tan disímiles como la biología, la geología, la economía o la astronomía, entre muchos otros.

Mis felicitaciones a los autores que hago extensivas a la editorial de la Universidad Nacional de Entre Ríos por haber realizado este esfuerzo, cada vez más raro en estos tiempos:

Luis F. Rocha

PREFACIO

Se puede decir que los conceptos de señal y sistema permiten encarar el estudio de cualquier problema del mundo físico mediante un *modelo* adecuado de la realidad. Estos modelos se han difundido enormemente en los tiempos actuales, debido principalmente a las bases matemáticas de la teoría de la comunicación y los avances en el área informática que han permitido llevar las soluciones al campo digital, invadiendo casi todas las actividades de la sociedad moderna.

Este libro pretende brindar una breve introducción a los fundamentos de esta teoría para *comprender* el mundo. El mismo es el fruto de unos 10 años de trabajo impartiendo cursos relacionados con el tema, y surgió originalmente como una necesaria introducción para un curso de modelización de sistemas biológicos, en la carrera de grado en Bioingeniería (o Ingeniería Biomédica), de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Entre Ríos, Argentina. Más recientemente, el material fue ampliado y utilizado como primer bloque de fundamentos de un curso de procesamiento digital de señales en la carrera de grado en Ingeniería Informática, en la Facultad de Ingeniería y Ciencias Hídricas de la Universidad Nacional del Litoral.

Se supone que el lector cuenta con algunas nociones básicas de física, matemática e informática. Las nociones de física aportan la base conceptual para transcribir la realidad concreta a una versión abstracta y simplificada de la misma. Como requisito, el lector deberá tener conoci-

mientos de física elemental para entender la aplicación de los conceptos mostrados mediante algunos ejemplos simples de sistemas mecánicos y eléctricos. Las nociones de matemática aportan la base formal para la descripción de las señales y sistemas discretos. Se presupone que el lector conoce los fundamentos de álgebra lineal, cálculo vectorial, ecuaciones diferenciales y variable compleja. La nociones de informática permiten la implementación computacional de prácticamente *todo* lo que pretende transmitir este libro. La informática es la herramienta básica utilizada para llevar a la práctica y terminar de comprender los detalles de cada tema. No se requiere un gran dominio de la computación sino más bien algunos conocimientos mínimos de programación como estructuras condicionales y repetitivas, vectores y matrices, subprogramas y graficación básica.

Se ha tratado de conservar parte del enfoque heredado del Ing. Luis F. Rocha, quien originalmente nos acercó estas ideas como parte introductoria de un curso denominado Bioingeniería I. También se ha tratado de rescatar el carácter universal de varias de las ideas planteadas en la teoría de señales y sistemas. Especialmente, los conceptos vertidos en el Capítulo 2, Espacio de señales, forman una visión genérica de un conjunto muy amplio de técnicas utilizadas en el procesamiento digital de señales. Ver a las señales como vectores, interpretar geoméricamente operaciones básicas como el producto interno en un cambio de base y extender su aplicación a las transformaciones lineales, constituye un núcleo conceptual que permite visualizar operaciones complejas desde una perspectiva muy simple pero a la vez genérica. Si bien aún restan algunos capítulos con un enfoque más bien clásico, es nuestra intención completar esta tarea en futuras ediciones intentando formar un único hilo conductor, conceptual y didáctico, a lo largo de todo el libro.

El libro está organizado de la siguiente forma. En el Capítulo 1 se presenta una introducción general al tema de señales, con ejemplos de varios campos de aplicación. Se discuten los conceptos de señal, sistema, información y ruido. En el Capítulo 2 se presenta el estudio de las señales, ya no de forma aislada, sino en el marco de conjuntos de señales que

cumplen con determinadas propiedades de interés. Como anticipamos, este enfoque desde los espacios de señales permite sentar las bases para las transformaciones lineales y provee una perspectiva clave, en lo conceptual y didáctico, para reinterpretar el resto del material presentado en el libro. En el Capítulo 3, como una continuación natural y aplicación del capítulo anterior, se presenta la transformada discreta de Fourier. Se ha dedicado un capítulo entero a esta transformación debido al papel fundamental que juega actualmente en las aplicaciones. Se revisa la relación que existe entre todos los miembros de la familia de bases de Fourier y se presentan las ideas principales detrás de la transformada rápida de Fourier. En el Capítulo 4 se completan los conceptos sobre sistemas presentados en el primer capítulo, pero orientado principalmente a las propiedades de los sistemas discretos lineales e invariantes en el tiempo. El Capítulo 5 discute las ideas detrás de la sumatoria de convolución, mostrando su conexión natural con los sistemas lineales e invariantes en el tiempo. En el Capítulo 6 se presentan los fundamentos de la transformada Z, que juega para los sistemas de tiempo discreto un papel análogo al de la transformada de Laplace para el caso de los sistemas de tiempo continuo. Los Capítulos 7 y 8 tratan tópicos especiales de aplicación a la identificación de sistemas. El Capítulo 7 presenta las nociones básicas de identificación de sistemas discretos lineales, tanto para el caso de sistemas invariantes como para los variantes en el tiempo. Finalmente, en el Capítulo 8 se presenta la técnica de algoritmos genéticos, que es un método general para la optimización y búsqueda de soluciones. En el contexto de este libro se presenta como una alternativa para la identificación de sistemas no lineales. Esto se debe a que, aunque el libro está orientado principalmente a sistemas lineales, los sistemas no lineales están apareciendo cada vez más en las aplicaciones.

Los conceptos se refuerzan en cada capítulo con una serie de preguntas y ejercicios prácticos que están pensados para desarrollarse en sesiones adicionales a las clases teóricas, que en nuestro esquema docente denominamos: clases de coloquio y prácticas de laboratorio. Las clases de coloquio están íntimamente relacionadas con los temas desarrollados en las clases teóricas, pero la modalidad de trabajo es más flexible, participativa

y personalizada. Las preguntas pretenden ser una guía para la discusión de los aspectos relevantes de cada tema o aquellos que presentan mayor dificultad para el aprendizaje. Las actividades prácticas se centran en la resolución de problemas mediante un lenguaje de programación. Si bien no se sugiere ningún lenguaje en particular, los apéndices finales proveen una lista de comandos para algunos lenguajes de cálculo numérico muy utilizados en la actualidad. Los ejercicios prácticos que poseen un poco más de dificultad dentro de cada capítulo, o que necesitan un poco más de tiempo para resolverse, están marcados con (*), o con (**), de acuerdo con el grado de dificultad relativo. La bibliografía de consulta para cada tema se provee al final del libro, separada en bibliografía de carácter general y por cada capítulo.

Queremos agradecer las innumerables sugerencias aportadas por los alumnos, que podemos decir han sido los primeros revisores de este material. También debemos destacar el aporte sustancial de varias personas que han influido de diversas formas en los contenidos actuales de este libro. Entre ellas queremos agradecer especialmente a Daniel Zapata, con quien hemos mantenido extensas discusiones conceptuales acerca de varios de los temas incluidos. En la lista de agradecimientos contamos también al Ing. Carlos Montalvo, que fue responsable de varias de las notas iniciales tomadas de las clases del Ing. Rocha y a los Bioingenieros Carlos Pais y César Martínez, que han realizado revisiones de este material. Por último, queremos volver a destacar la fuerte influencia del Ing. Rocha como formador y maestro de todos nosotros, pues modificó nuestra concepción de la ciencia y la ingeniería.

Diego H. Milone, Hugo L. Rufiner